الدرس 6-1

العلاقات

السابق:
- حللت معادلات تضم متغيرًا أو اثنين.

الحالي:
1 تمثيل العلاقات.
2 تفسير التمثيلات البيانية للعلاقات.

لماذا؟
- كلما زاد عمقك في المحيط، زاد الضغط على جسدك. وهذا لأن هناك ماء أكثر فوقك. تسحب قوة الجاذبية وزن الماء لأسفل مما يؤدي إلى ضغط أكبر.

المعادلة التي تربط إجمالي ضغط الماء بالعمق هي $P = rgh$، حيث

P = الضغط،
r = كثافة الماء
g = التسارع بسبب الجاذبية
h = ارتفاع الماء فوقك.

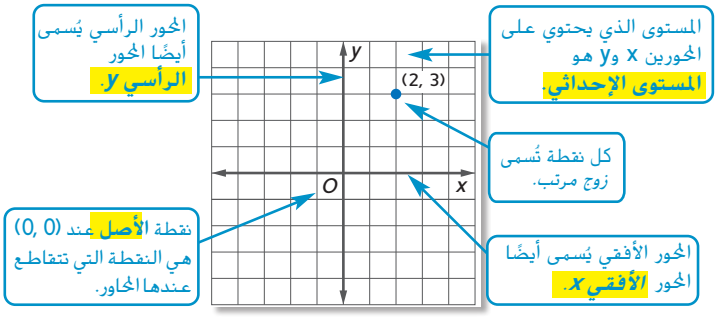
مفردات جديدة

النظام الإحداثي (coordinate system)
المستوى الإحداثي (coordinate plane)
المحور x والمحور y (x- and y-axes)
نقطة الأصل (origin)
الزوج المرتب (ordered pair)
الإحداثيان x وy (x- and y-coordinates)
العلاقة (relation)
المخطط (mapping)
المجال (domain)
المدى (range)
متغير مستقل (independent variable)
متغير تابع (dependent variable)

ممارسات رياضية
فهم طبيعة المسائل والمثابرة في حلها.

1 تمثيل علاقة يمكن تمثيل هذه العلاقة بين العمق والضغط القائم بخط على شبكة إحداثيات.

يتكون **نظام الإحداثيات** من تقاطع خطين من الأعداد، *المحاور الأفقية والمحاور الرأسية*.

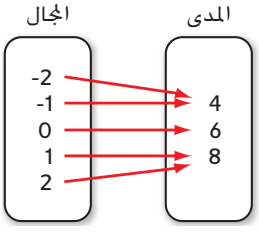


يتم تمثيل النقطة بيانيًا باستخدام أزواج مرتبة.

- **الزوج المرتب** مجموعة من الأعداد أو *الإحداثيات*، مكتوبة على شكل (x, y).
- تُسمى قيمة x **الإحداثي x**. وتمثل الوضع الأفقي للنقطة.
- تمثل قيمة y أو **الإحداثي y** الوضع الرأسي للنقطة.

تُسمى مجموعة الأزواج المرتبة **علاقة**. يمكن تمثيل العلاقة بعدة طرق مختلفة: على شكل معادلة أو في تمثيل بياني أو بجدول أو بمخطط.

يوضح **المخطط** كيفية اقتران كل عنصر في *المجال* بعنصر آخر في *المدى*.
مجموعة الأعداد الأولى للأزواج المرتبة هي **المجال**. مجموعة الأعداد الثانية للأزواج المرتبة هي **مدى** العلاقة. يمثل هذا المخطط الأزواج المرتبة (4 ,2−) و(4 ,1−) و(8 ,1) (6 ,0) و(8 ,2).



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

نصيحة دراسية

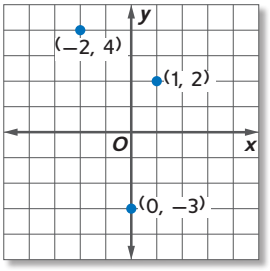
الاستنتاج المنطقي كل تمثيل للعلاقة نفسها يخدم غرضًا مختلفًا. يوضح تمثيل النقاط بيانيًا النمط بين النقاط. يوضح لك المخطط بنظرة سريعة ما إذا كانت العناصر مشتركة مع العنصر نفسه.

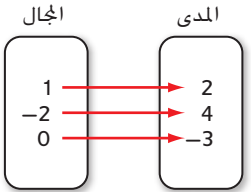
ادرس التمثيلات المختلفة للعلاقة نفسها أدناه.

أزواج مرتبة	جدول	تمثيل بياني	مخطط

(1, 2)
(−2, 4)
(0, −3)

x	y
1	2
−2	4
0	−3





القيم x في العلاقة هي أعضاء في المجال والقيم y في العلاقة هي أعضاء في المدى. في العلاقة أعلاه، المجال {0, 1, −2} والمدى {4, 2, −3}

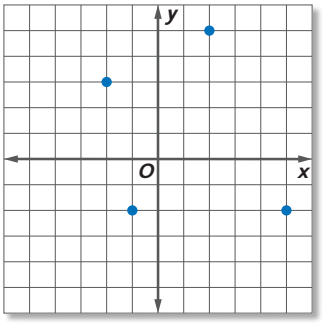
مثال 1 تمثيلات علاقة

a. عبّر عن {(2, 5), (−2, 3), (5, −2), (−1, −2)} على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط.

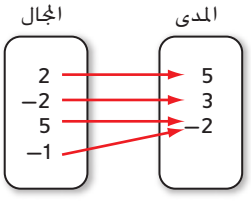
الجدول
ضع إحداثيات x في العمود الأول في الجدول. ضع إحداثيات y المقابلة في العمود الثاني في الجدول.

x	y
2	5
−2	3
5	−2
−1	−2

التمثيل البياني
مثّل كل زوج مرتب بيانيًا على مستوى إحداثي.



المخطط
أدرج قيم x في المجال وقيم y في المدى. ارسم أسهمًا من قيم x في المجال إلى قيم y المقابلة في المدى.



b. حدد مجال العلاقة ومداها.

مجال العلاقة هو {2, −2, 5, −1} مدى العلاقة هو {5, 3, −2}

تمرين موجه

1A. عبّر عن {(4, −3), (3, 2), (−4, 1), (0, −3)} على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط.

1B. حدد المجال والمدى.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

في العلاقة، تُسمى قيمة المتغير التي تحدد المُخرَج **المتغير المستقل**. المتغير ذو القيمة المعتمدة على قيمة المتغير المستقل يُسمى **المتغير التابع**. يحتوي المجال على قيم المتغير المستقل. يحتوي المدى على قيم المتغير التابع.

مثال 2 من الحياة اليومية المتغيرات المستقلة والتابعة

حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.

a. كرة القدم تبيع لجنة كرة القدم تذاكر بطولة الخريف. كلما زادت التذاكر التي يبيعونها، زاد مقدار المال الذي يمكنهم إنفاقه على الديكورات.

عدد التذاكر المبيعة هو المتغير المستقل لأنه لا يتأثر بالمال الذي تم إنفاقه على الديكورات. المال الذي يتم إنفاقه على الديكورات هو المتغير التابع لأنه يعتمد على عدد التذاكر المبيعة.

b. الأفلام زاد متوسط سعر الذهاب لمشاهدة الأفلام عمومًا بشكل ثابت عبر الزمن.

الزمن هو المتغير المستقل لأنه لا يتأثر بتكلفة حضور الأفلام. سعر الذهاب لمشاهدة الأفلام هو المتغير التابع لأنه يتأثر بالزمن.

تمرين موجه

حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.

2A. يزيد ضغط الهواء داخل الإطار مع درجة الحرارة.

2B. مع زيادة مقدار المطر، يزيد مستوى ماء النهر.

رابط من الحياة اليومية

في عام 1948، كانت تذكرة السينما تتكلف $0.36. في عام 2008، كان متوسط سعر التذكرة في الولايات المتحدة $7.18.

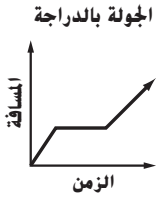
المصدر: الاتحاد الوطني لمالكي دور السينما

2 التمثيلات البيانية لعلاقة

يمكن تمثيل علاقة بيانيًا بدون مقياس على أي من المحورين. يمكن تفسير هذه التمثيلات البيانية عن طريق تحليل شكلها.

مثال 3 تحليل التمثيلات البيانية

يوضح التمثيل البياني المسافة التي قطعتها فاطمة على دراجتها. صف ما يحدث في التمثيل البياني.



مع زيادة الزمن، تزيد المسافة إلى أن يصبح التمثيل البياني خطًا أفقيًا.

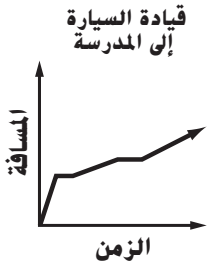
إذًا، فالزمن يزيد لكن المسافة تظل ثابتة.

توقفت فاطمة عند هذا القسم. ثم واصلت قيادة دراجتها.

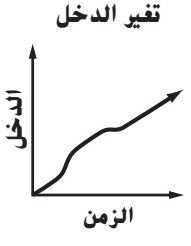
تمرين موجه

صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.

3A.



3B.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

التحقق من فهمك

مثال 1 **عبّر عن كل علاقة على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط. ثم حدد المجال والمدى.**

1. $\{(4, 3), (-2, 2), (5, -6)\}$
2. $\{(5, -7), (-1, 4), (0, -5), (-2, 3)\}$

مثال 2 **حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

3. زيادة درجة حرارة أحد المكونات داخل حاوية مغلقة تؤدي إلى زيادة الضغط داخل الحاوية المغلقة.

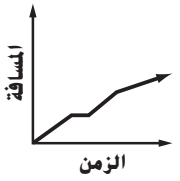
4. يستخدم هاتف أحمد الخلوي جزءًا من باقة الأسرة. إذا استخدم دقائق أكثر من حصته، فستتوفر دقائق أقل لبقية أسرته.

5. يشتري جمال تذاكر حفلة إنشاد لنفسه وأصدقائه. كلما اشترى تذاكر أكثر لحفل الإنشاد، زادت التكلفة.

6. يقدم أحد المتاجر تخفيضات في عطلة عيد العمال. كلما زادت المشتريات، زادت الأرباح.

مثال 3 **وضع النماذج صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.**

7. يوضح التمثيل البياني المسافة التي يقطعها فريق الركض أثناء تدريب.



8. يوضح التمثيل البياني العوائد التي يحققها متجر عبر الإنترنت.

التمرين وحل المسائل

مثال 1 **عبّر عن كل علاقة على شكل جدول وتمثيل بياني ومخطط. ثم حدد المجال والمدى.**

9. $\{(0, 0), (-3, 2), (6, 4), (-1, 1)\}$
10. $\{(5, 2), (5, 6), (3, -2), (0, -2)\}$
11. $\{(6, 1), (4, -3), (3, 2), (-1, -3)\}$
12. $\{(-1, 3), (3, -6), (-1, -8), (-3, -7)\}$
13. $\{(6, 7), (3, -2), (8, 8), (-6, 2), (2, -6)\}$
14. $\{(4, -3), (1, 3), (7, -2), (2, -2), (1, 5)\}$

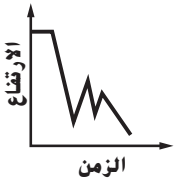
مثال 2 **حدد المتغير المستقل والتابع لكل علاقة.**

15. تعقد فصول اللغة الإسبانية غداءً مشتركًا. على كل طالب يحضر أن يجلب طبقًا جانبيًا أو طبق حلوى إسبانيًا. كلما زاد عدد الطلاب الحاضرين، زاد الطعام الموجود.

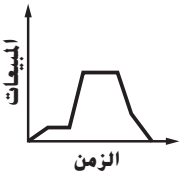
16. كلما قدت سيارتك بسرعة أكبر، زاد الوقت المطلوب لتتوقف تمامًا.

مثال 3 **وضع النماذج صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.**

17. يوضح التمثيل البياني ارتفاع القافز بالحبل.



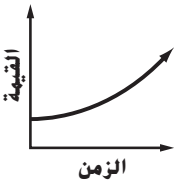
18. يوضح التمثيل البياني مبيعات منسقي الحدائق.



حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

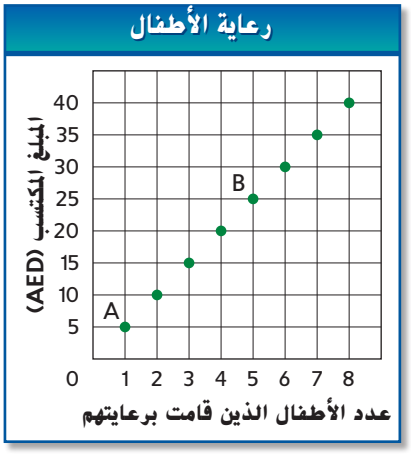
وضع النماذج صف ما يحدث في كل تمثيل بياني.

19 يوضح التمثيل البياني قيمة بطاقة بيسبول نادرة.



20. يوضح التمثيل البياني المسافة التي قطعتها رحلة ممتدة بالسيارة.

في التمارين 23-21، استخدم التمثيل البياني الموجود على اليسار.

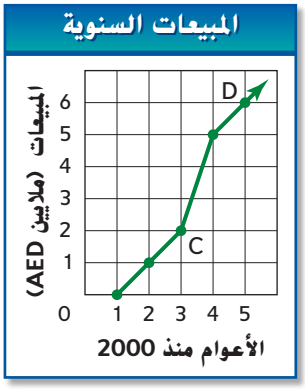


21. حدد الزوج المرتب عند النقطة A واشرح ما يمثله.

22. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة B واشرح ما يمثله.

23. حدد المتغيرين المستقل والتابع في العلاقة.

في التمارين 26-24، استخدم التمثيل البياني الموجود على اليسار.



24. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة C واشرح ما يمثله.

25. عيّن اسم الزوج المرتب عند النقطة D واشرح ما يمثله.

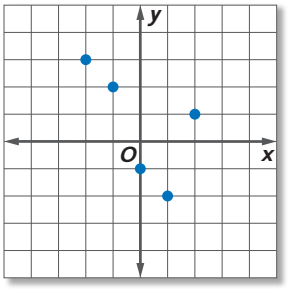
26. حدد المتغيرات المستقلة والتابعة.

عبّر عن كل علاقة في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة. صِف المجال والمدى.

27.

شراء أسماك زينة	
التكلفة الإجمالية	عدد الأسماك
2.50 AED	1
4.50 AED	2
10.50 AED	5
16.50 AED	8

28.

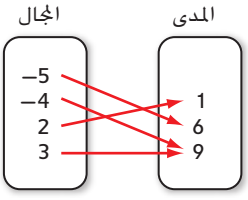


عبّر عن العلاقة في كل جدول أو مخطط أو تمثيل بياني في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.

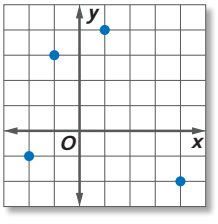
29.

x	y
4	−1
8	9
−2	−6
7	−3

30.



31.

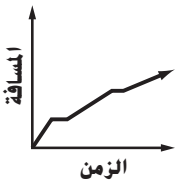


حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

32. الرياضة في سباق ثلاثي، يسبح الرياضيون 2.4 ميل ويقودون الدراجة 112 ميلاً ويركضون 26.2 ميلاً. يشمل وقتهم الإجمالي الوقت المستغرق في الانتقال من نشاط إلى التالي. ما التمثيل البياني الذي يعبّر عن مشارك في سباق ثلاثي بالشكل الأفضل؟ اشرح.

التمثيل البياني A

التمثيل البياني B



التمثيل البياني C

صمم تمثيلاً بيانيًا لكل موقف.

33. التحف ارتفعت قيمة ساعة عتيقة يزيد عمرها على 100 عام عن قيمة شرائها لأول مرة.

34. السيارة تنخفض قيمة السيارة مع الاستهلاك. تنخفض القيمة بسرعة في الأعوام القليلة الأولى.

35. العقارات ترتفع قيمة المنزل في العادة مع الوقت.

36. التدريب ينوع الرياضي بين الركض والمشي أثناء التدريب.

37. علم وظائف الأعضاء يحتوي جسم الشخص البالغ في العادة على رطلين من الماء لكل 3 أرطال من وزن الجسم. يمكن تمثيل هذا بالمعادلة $w = 2\left(\frac{b}{3}\right)$، حيث w هو وزن الماء بالأرطال وb هو وزن الجسم بالأرطال.

a. ضع جدولاً يوضح العلاقة بين الجسم ووزن الماء للأشخاص الذين تبلغ أوزانهم 100 و105 و110 و115 و120 و125 و130 رطلاً. قرّب إلى أقرب جزء من العشرة إذا لزم الأمر.

b. ما المتغيران المستقل والتابع؟

c. اذكر المجال والمدى ثم مثّل العلاقة بيانيًا.

d. اعكس المتغيرات المستقلة والتابعة. مثّل هذه العلاقة بيانيًا. اشرح ما يشير إليه التمثيل البياني في هذه الحالة.

مسائل مهارات التفكير العُليا استخدام مهارات التفكير العليا

38. مسألة غير محددة الإجابة صِف موقفًا من الحياة اليومية يمكن تمثيله باستخدام علاقة وناقش كيفية اعتماد إحدى الكميات في العلاقة على الأخرى. ثم مثّل العلاقة بثلاث طرق مختلفة.

39. مسألة تحفيزية صِف موقفًا من الحياة اليومية حيث من المنطقي أن يتم إدراج عدد سالب في المجال أو المدى.

40. الدقة قارن وبيّن الفرق بين المتغيرين التابع والمستقل.

x	y
0	1
1	3
2	5
3	7

41. مسألة تحفيزية يمثل الجدول علاقة. مثّل الأزواج المرتبة بيانيًا. ثم اعكس الإحداثي y والإحداثي x في كل زوج مرتب. مثّل هذه الأزواج المرتبة بيانيًا على مستوى الإحداثي نفسه. ارسم الخط $y = x$ بيانيًا. صف العلاقة بين مجموعتي الأزواج المرتبة.

42. الكتابة في الرياضيات استخدم البيانات الخاصة بضغط الماء في الصفحة 40 لتوضيح الفارق بين المتغيرين المستقل والتابع.

حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة McGraw-Hill Education

تمرين على الاختبار المعياري

43. أجرى موظفو كافيتريا إحدى المدارس استبيانًا على 250 طالبًا يسألونهم عن المشروب الذي تناولوه مع الغداء. واستخدموا البيانات لإنشاء الجدول أدناه.

المشروب	عدد الطلاب
حليب	38
حليب بالشيكولاتة	112
عصير	75
ماء	25

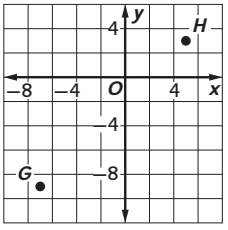
ما النسبة المئوية للطلاب الذين فضلوا شرب العصير مع الغداء في الاستبيان؟

A 25%
B 30%
C 35%
D 40%

44. أي مما يلي يعادل $6(3 - g) + 2(11 - g)$؟

F $2(20 - g)$
G $8(14 - g)$
H $8(5 - g)$
J $40 - g$

45. إجابة قصيرة يريد جابر وهيثم بناء دار مناسبات في نقطة وسط بين منزليهما. إذا كان منزل جابر يقع عند النقطة G ومنزل هيثم يقع عند النقطة H، فماذا ستكون إحداثيات دار المناسبات؟



46. إذا كانت $3b = 2b$، فأي مما يلي صحيح؟

A $b = 0$
B $b = \frac{2}{3}$
C $b = 1$
D $b = \frac{3}{2}$

مراجعة شاملة

أوجد حل كل من المعادلات التالية. (الدرس 5-1)

47. $6(a + 5) = 42$

48. $92 = k + 11$

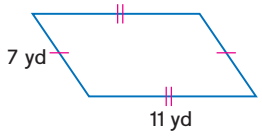
49. $17 = \frac{45}{w} + 2$

50. منطاد الهواء الساخن يعرض مالك منطاد يعمل بالهواء الساخن 150 AED على الرحلة لمدة ساعة. إذا أطلق 6 رحلات يوم الجمعة و5 رحلات يوم السبت، فاكتب تعبيرًا وأوجد قيمته لوصف إجمالي دخله في الإجازة الأسبوعية. (الدروس من 4-1)

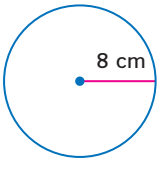
51. الحلوى تحتوي حقيبة حلوى على 19 قطعة حلوى بنكهة الكرز و13 بنكهة العنب و13 بنكهة التفاح الحامض و15 بنكهة الفراولة و9 بنكهة البرتقال. ما احتمالية اختيار قطعة حلوى بنكهة التفاح الحامض؟ (الدرس 11-0)

أوجد محيط كل شكل مما يلي. (الدرس 7-0)

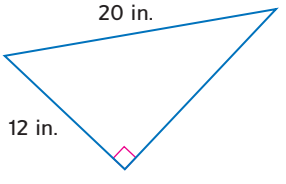
52.



53.



54.



مراجعة المهارات

أوجد قيمة كل تعبير مما يلي.

55. 8^2

56. $(-6)^2$

57. $(2.5)^2$

58. $(-1.8)^2$

59. $(3 + 4)^2$

60. $(1 - 4)^2$

McGraw-Hill Education حقوق الطبع والتأليف © محفوظة لصالح مؤسسة